UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA

SEDE CONCEPCIÓN

Equilibrio Rotacional

Departamento de Ciencias

Sede Concepción

Equilibrio

Equilibrio Rotacional

Un cuerpo se encuentra en equilibrio rotacional si la sumatoria de todos los momentos de torsión respecto a cualquier eje es igual a cero.

$$\sum \vec{\tau} = \vec{0};$$

Puesto que la rotación no ocurre respecto a ningún punto, podemos elegir cualquier punto como eje de rotación.

Para resolver este tipo de problemas:

- Trazar un bosquejo de la situación.
- Dibujar un D.C.L. (Diagrama de Cuerpo Libre).
- Escribir las ecuaciones de equilibrio.
- Relacionar términos.
- Encontrar las fuerzas desconocidas.

Un sistema que se encuentra en equilibrio rotacional, implica que la sumatoria de los momentos es igual a cero, por lo tanto, si el cuerpo se encuentra en equilibrio total, entonces se satisfacen la primera y la segunda condición de equilibrio. En tales casos se puede escribir:

$$\left.\begin{array}{l} \sum \vec{F_x} = 0; \\[2ex] \sum \vec{F_y} = 0; \\[2ex] \sum \vec{F_z} = 0; \end{array}\right\} \qquad \sum \vec{\tau} = \vec{0};$$

Estas ecuaciones nos permiten obtener fuerzas desconocidas y momentos de torsión desconocidos.

Equilibrio

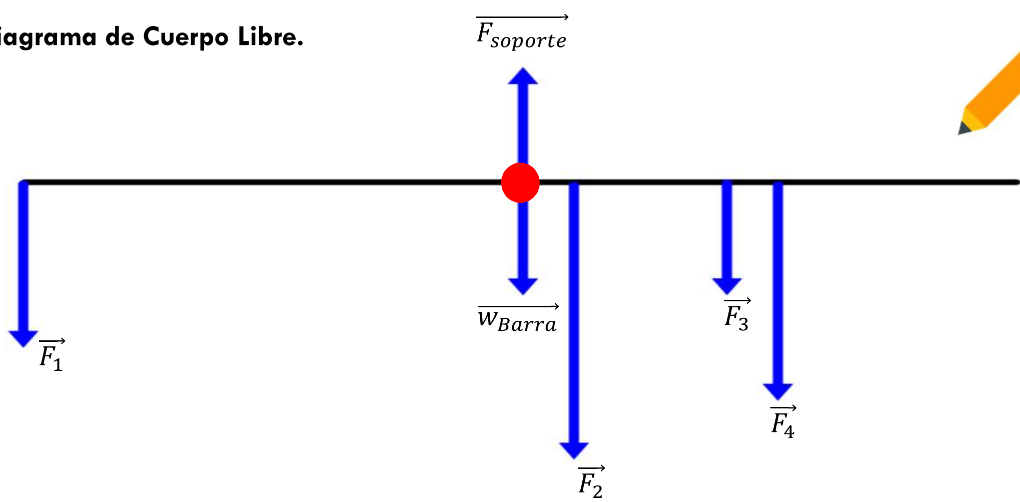
Equilibrio Rotacional

Ejemplo:

Se tiene un sistema de palanca con doble brazo, cada brazo tiene 10 marcas y entre cada una hay 0,02 [m]. Se cuelga una masa de 0,5 [kg] en la marca uno, 0,2 [kg] en la marca cuatro, y 0,4 [kg] en la marca cinco, en el brazo derecho. Considere que la barra es uniforme de masa 0,135[kg] y que el sistema se encuentra en equilibrio.

- **a) Realizar el Diagrama de Cuerpo Libre.**
- **b) Escribir las ecuaciones de equilibrio.**
- **c) Determinar el valor de una masa que al ser colgada en el punto diez del brazo izquierdo mantenga el sistema en equilibrio.**
- **d) La fuerza ejercida por el eje**

a) Diagrama de Cuerpo Libre.



Equilibrio

Equilibrio Rotacional

b) Ecuaciones de Equilibrio.

$$\sum \vec{\tau} = \vec{0};$$

$$\vec{\tau_1} - \vec{\tau_2} - \vec{\tau_3} - \vec{\tau_4} = \vec{0};$$

$$(\vec{r_1} \times \vec{F_1}) - (\vec{r_2} \times \vec{F_2}) - (\vec{r_3} \times \vec{F_3}) - (\vec{r_4} \times \vec{F_4}) = \vec{0} \ ; \ \dots (1)$$

- **Desarrollando (1) en forma escalar:**

$$(r_1 \cdot m_1 \cdot g) - (r_2 \cdot m_2 \cdot g) - (r_3 \cdot m_3 \cdot g) - (r_4 \cdot m_4 \cdot g) = 0;$$

$$(r_1 \cdot m_1 \cdot g) = (r_2 \cdot m_2 \cdot g) + (r_3 \cdot m_3 \cdot g) + (r_4 \cdot m_4 \cdot g);$$

- **Factorizando por (g):**

$$(r_1 \cdot m_1 \cdot g) = g \cdot [(r_2 \cdot m_2) + (r_3 \cdot m_3) + (r_4 \cdot m_4)];$$

$$(r_1 \cdot m_1) = (r_2 \cdot m_2) + (r_3 \cdot m_3) + (r_4 \cdot m_4);$$

$$m_1 = \frac{(r_2 \cdot m_2) + (r_3 \cdot m_3) + (r_4 \cdot m_4)}{r_1}; \quad \dots (2)$$

c) Reemplazando valores (trabajando en la masa en gramos y la longitud en centímetros):

$$m_1 = \frac{(0{,}02 \cdot 0{,}5) + (0{,}08 \cdot 0{,}2) + (0{,}1 \cdot 0{,}4)}{0{,}2} = 0{,}33[g];$$

- **Respuesta:**

La masa necesaria en la marca diez del brazo izquierdo para mantener el sistema en equilibrio es de $0{,}33[kg]$. Nótese que la suma de todas las masas en el brazo derecho es mayor a la requerida en el brazo izquierdo, esto se debe a que esta se ubica en una posición de mayor longitud que las masas del brazo derecho.

Equilibrio

Equilibrio Rotacional

d) Determinar la fuerza ejercida por el eje:

- **Por primera condición de equilibrio:**

$$\sum \vec{F} = \vec{0};$$

- **Para "x":**

$$\sum F_x = 0;$$

- **Para "y":**

$$\sum F_y = 0;$$

$$F_{Soporte} - F_1 - F_2 - F_3 - F_4 - F_{Barra} = 0; \dots (3)$$

- **Desarrollando** (3):

$$F_{Soporte} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_{Barra};$$

$$F_{Soporte} = g \cdot (m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_{Barra});$$

$$F_{Soporte} = 9{,}8 \cdot (0{,}33 + 0{,}5 + 0{,}2 + 0{,}4 + 0{,}135);$$

$$F_{Soporte} = 15{,}337[\mathrm{N}];$$

- **Respuesta:**

Para cumplir con la primera condición de equilibrio, el eje del sistema ejerce una fuerza de $15{,}337[N]$ para mantener el sistema en equilibrio.