

UNIVERSIDAD TÉCNICA
FEDERICO SANTA MARÍA
SEDE CONCEPCIÓN

Equilibrio Traslacional



Departamento de Ciencias
Sede Concepción

Equilibrio

Equilibrio Traslacional

La fuerza de roce se manifiesta de dos formas: (I) Fuerza de roce estático y (II) Fuerza de Roce cinético para cuerpos en reposo y en movimiento respectivamente

La expresión matemática para fuerza de roce cinético es:

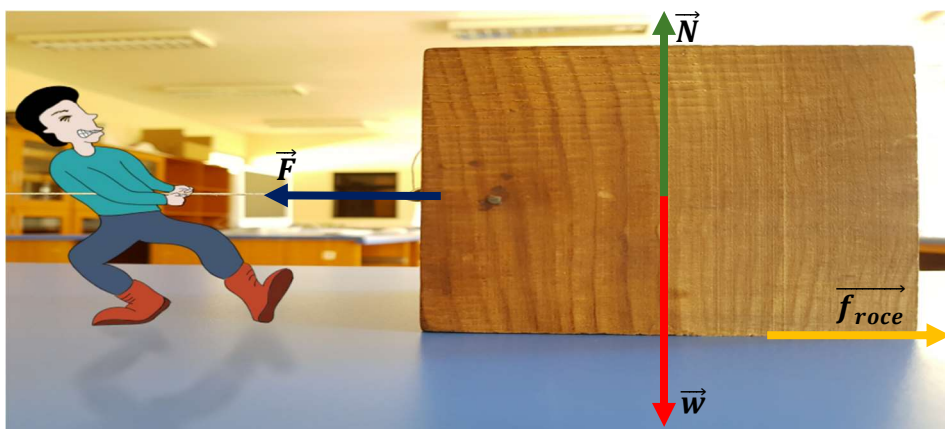
$$\|\vec{f}_c\| = \mu_c \cdot \|\vec{N}\|$$

La expresión matemática para la fuerza de roce estática es:

$$\|\vec{f}_e\| = \mu_e \cdot \|\vec{N}\|$$

Donde:

- μ_c se llama coeficiente de roce cinético y es una cantidad adimensional.
- μ_e se llama coeficiente de roce estático y es una cantidad adimensional.
- N es la fuerza Normal ejercida por la superficie sobre el cuerpo. Siempre es perpendicular a la superficie.

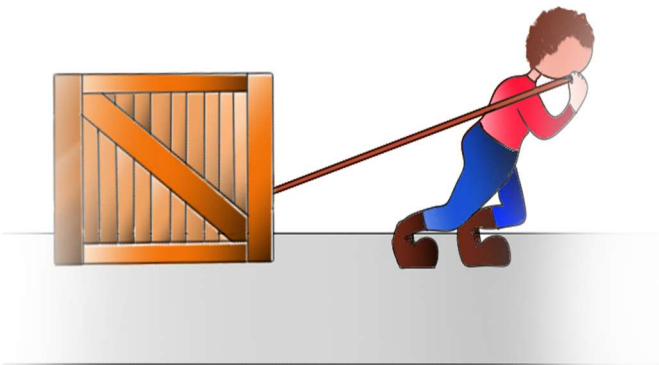


Equilibrio

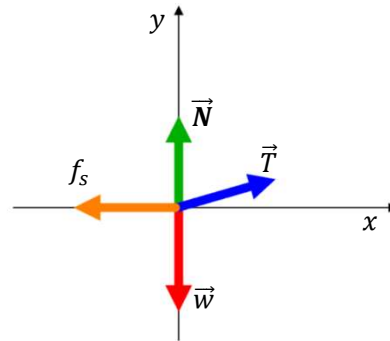
Equilibrio Traslacional

Ejemplo:

- A. Una persona intenta mover una caja de 35[kg] sobre una superficie rugosa mediante una cuerda. Si la tensión ejercida en la cuerda antes de entrar en movimiento llega a un valor máximo de 200[N], determine:
- Diagrama de cuerpo libre.
 - Ecuaciones de equilibrio.
 - El valor de las fuerzas de fricción estática (f_e), la fuerza normal (\vec{N}) y el coeficiente de roce estático (μ_e).
- Considere que la cuerda forma un ángulo de 15° con respecto a la horizontal.



- a) Estableciendo el sistema de referencias, el diagrama de cuerpo libre queda:



- b) Evaluando las ecuaciones de equilibrio antes de que la caja comience a moverse:

$$\sum \vec{F} = \vec{0};$$

- Para el eje "x" :

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0};$$

$$\vec{T}_x - \vec{f}_e = \vec{0};$$

$$T \cos(15^\circ) - (N \cdot \mu_e) = 0; \dots (1)$$

Equilibrio

Equilibrio Traslacional

- Para el eje "y" :

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$\vec{T}_y + \vec{N} - \vec{w} = \vec{0}$$

$$T \text{sen}(15^\circ) + N - (m \cdot g) = 0 \dots (2)$$

c) Despejando f_e, N, μ_e

- Despejando N de (2):

$$200 \text{sen}(15^\circ) + N - (35 \cdot 9,8) = 0$$

$$N = (35 \cdot 9,8) - 200 \text{sen}(15^\circ)$$

$$N \approx 438(\text{N})$$

- Evaluando N en (1):

$$200 \cos(15^\circ) - (N \cdot \mu_s) = 0 ;$$

$$N \cdot \mu_e = 193;$$

$$438 \cdot \mu_e = 193;$$

$$\mu_e = \frac{193[\text{N}]}{438[\text{N}]};$$

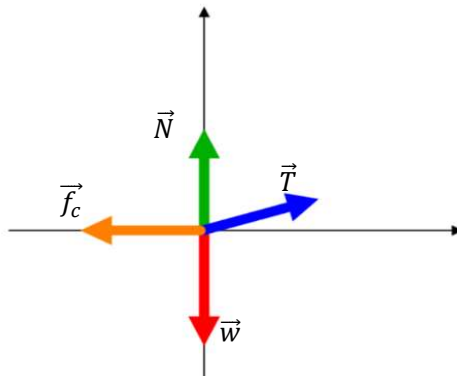
$$\mu_e \approx 0,44;$$

Equilibrio

Equilibrio Traslacional

- B. De acuerdo al ejemplo anterior. Si la persona logra mover la caja de 35[kg] aplicando una tensión de 120[N], determine:
- Diagrama de cuerpo libre.
 - Ecuaciones de equilibrio.
 - El valor de las fuerzas de fricción estática (\vec{f}_c), la fuerza normal (\vec{N}) y el coeficiente de roce estático (μ_c).

a) Estableciendo el sistema de referencias, el diagrama de cuerpo libre queda:



b) Evaluando las ecuaciones de equilibrio una vez que la caja está en movimiento:

$$\sum \vec{F} = \vec{0};$$

- Para el eje "x" :

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0};$$

$$\vec{T}_x - \vec{f}_c = \vec{0};$$

$$T \cos(15^\circ) - (N \cdot \mu_c) = 0;$$

$$120 \cos(15^\circ) - (N \cdot \mu_c) = 0; \dots (1)$$

Equilibrio

Equilibrio Traslacional

- Para el eje "y" :

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0}$$

$$\vec{T}_y + \vec{N} - \vec{w} = \vec{0}$$

$$T \text{sen}(15^\circ) + N - (m \cdot g) = 0$$

$$120 \text{sen}(15^\circ) + N - (35 \cdot 9,8) = 0 \quad \dots (2)$$

c) Despejando f_c, N, μ_c

- Despejando N de (2):

$$N = (35 \cdot 9,8) - 120 \text{sen}(15^\circ)$$

$$N \approx 459(\text{N})$$

- Evaluando N en (1):

$$120 \cos(15^\circ) - (N \cdot \mu_c) = 0 ;$$

$$N \cdot \mu_c = 116 ;$$

$$459 \cdot \mu_c = 116 ;$$

$$\mu_c = \frac{116[\text{N}]}{459[\text{N}]} ;$$

$$\mu_c \approx 0,25 ;$$

- Observar que los coeficiente de roce (μ_e y μ_c), son adimensionales, es decir, no poseen unidad de medida.



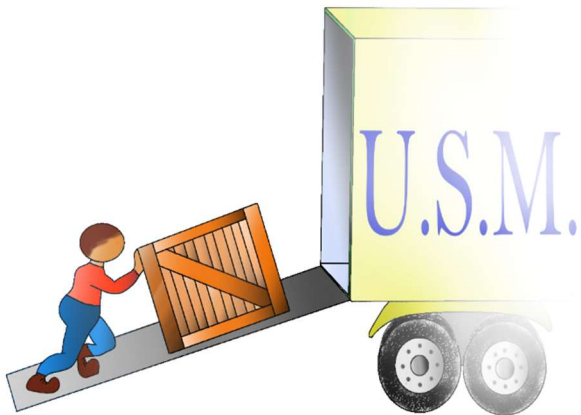
Equilibrio

Equilibrio Traslacional

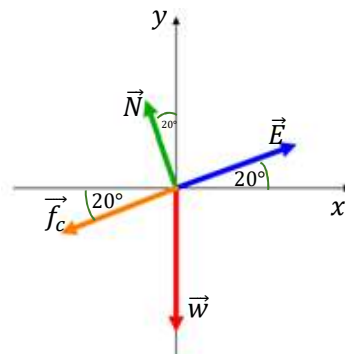
Ejemplo:

Una persona empuja una caja de 40[kg] sobre rampa inclinada 20° sobre el suelo, hacia el pickup de un camión de carga. Si el valor de la fuerza ejercida (\vec{E}) sobre la caja una vez que entra en movimiento es de 250[N], determine:

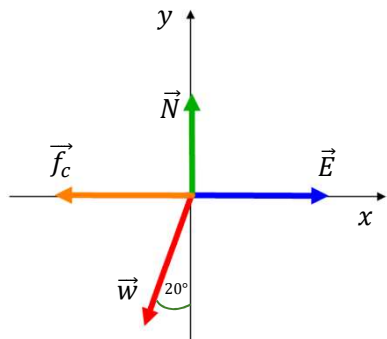
- Diagrama de cuerpo libre.
- Ecuaciones de equilibrio.
- fuerza de fricción cinética (f_c), la fuerza normal (N) y los coeficiente de roce cinético (μ_c).



a) Diagrama de cuerpo libre.



- Ya que gran parte de las incógnitas quedan fuera de los ejes "x" e "y" es necesario realizar un ajuste al diagrama de cuerpo libre, de tal forma que sea más fácil encontrar las fuerzas desconocidas. Siempre conviene que las fuerzas desconocidas estén sobre uno de los dos ejes. Entonces, girando todos los vectores 20° en sentido horario el diagrama de cuerpo libre queda:



- Observar que la fuerza Normal (\vec{N}) siempre es perpendicular a la superficie, y su módulo no siempre es igual al peso del cuerpo en contacto con la superficie.



Equilibrio

Equilibrio Traslacional

b) Ecuaciones de equilibrio:

$$\sum \vec{F} = \vec{0};$$

- Para el eje "x" :

$$\sum \vec{F}_x = \vec{0};$$

$$\sum \vec{F}_x = \vec{E} - \vec{f}_c - (\vec{w}_x) = \vec{0};$$

$$E - (N \cdot \mu_c) - (m \cdot g) \cdot \text{sen}(20^\circ) = 0;$$

$$250 - (N \cdot \mu_c) - (40 \cdot 9,8) \cdot \text{sen}(20^\circ) = 0; \quad \dots (1)$$

- Para el eje "y" :

$$\sum \vec{F}_y = \vec{0};$$

$$\sum \vec{F}_y = \vec{N} - \vec{w}_y = \vec{0};$$

$$N - (m \cdot g) \cos(20^\circ) = 0;$$

$$N - (40 \cdot 9,8) \cos(20^\circ) = 0; \quad \dots (2)$$

Equilibrio

Equilibrio Traslacional

c) Determinar, fuerza de fricción cinética (f_c), la fuerza normal (N) y coeficiente de roce cinético (μ_k):

- De (2):

$$N - (40 \cdot 9,8) \cdot \cos(20^\circ) = 0;$$

$$N = 392 \cdot \cos(20^\circ);$$

$$N \approx 368[\text{N}];$$

- Reemplazando (2) en (1):

$$250 - (N \cdot \mu_c) - (40 \cdot 9,8) \cdot \text{sen}(20^\circ) = 0;$$

$$250 - (368 \cdot \mu_c) - 392 \cdot \text{sen}(20^\circ) = 0;$$

$$250 - 134 = (368 \cdot \mu_c);$$

$$116 = (368 \cdot \mu_c);$$

$$\frac{116[\text{N}]}{368[\text{N}]} = \mu_c;$$

$$\mu_c \approx 0,31;$$