UNIVERSIDAD TECNICA
FEDERICO SANTA MARIA

SEDE CONCEPCIÓN

Operaciones con Vectores: Vectores en el Espacio

Departamento de Ciencias

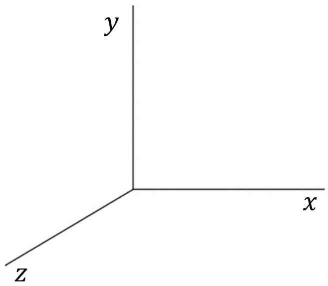
Sede Concepción

UNIVERSIDAD TECNICA FEDERICO SANTA MARIA
Sede Concepción

Vectores

Vectores en el espacio

Al estudiar vectores en el espacio se agrega una tercera coordenada al sistema de referencia, el vector unitario que indica la dirección de $\vec{R}$ en coordenada correspondiente es "$\hat{\boldsymbol{k}}$". Entonces el sistema de coordenadas queda de la siguiente manera:



Suma de vectores en el espacio

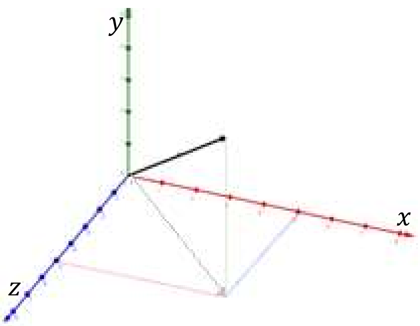
La suma de dos vectores en el espacio es muy similar a la suma de vectores en el plano.

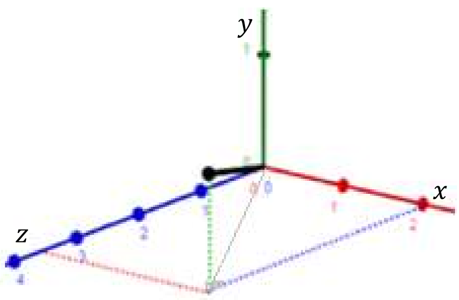
Ejemplo:

Dados los siguientes vectores:

$$\vec{D} = (5\hat{\imath} + 5\hat{\jmath} + 5\hat{k})[u]$$

$$\vec{E} = (3{,}5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath} + \hat{k})[u]$$





Determine:

a) $\vec{R} = \vec{D} + \vec{E}$ en coordenadas cartesianas.
b) El módulo de $||\vec{R}||$
c) La dirección del vector $\vec{R}$, mediante cosenos directores

Vectores

Vectores en el espacio

I. Para sumar vectores en el espacio, al igual que en el plano se deben sumar sus componentes según el eje en que se encuentran, luego el vector resultante $\vec{R}$ se expresa:

$$\vec{R} = R_{x\hat{\imath}} + R_{y\hat{\jmath}} + R_{z\hat{k}} \, ;$$

- Por lo tanto

$$R_x = D_x + E_x \, ;$$

$$R_y = D_y + E_y \, ;$$

$$R_z = D_z + E_z \, ;$$

- Reemplazando en U_x :

$$R_x = 5 + 3{,}5;$$

$$R_x = 8{,}5 \, [u];$$

Componente en x

- Reemplazando en U_y :

$$R_y = 5 + 2;$$

$$R_y = 7 \, [u];$$

Componente en y

- Reemplazando en U_z :

$$R_z = 5 + 1;$$

$$R_z = 6 \, [u];$$

Componente en z

II. Aplicando la siguiente relación es posible conocer el modulo del vector $\vec{R}$:

$$= \sqrt{(R_{\hat{\imath}})^2 + \left(R_{\hat{\jmath}}\right)^2 + (R_{\hat{k}})^2};$$

$$\left\|\vec{R}\right\| = \sqrt{(8{,}5)^2 + (7)^2 + (6)^2} = \sqrt{157.25} \, ;$$

$$\left\|\vec{R}\right\| \approx 13[u] \, ;$$

Vectores

Vectores en el espacio

III. La dirección del vector $\vec{R}$ se determina mediante cosenos directores.

$$\theta_x = cos^{-1}\left(\frac{R_x}{||\vec{R}||}\right) ;$$

$$\theta_y = cos^{-1}\left(\frac{R_x}{||\vec{R}||}\right) ;$$

$$\theta_z = cos^{-1}\left(\frac{R_x}{||\vec{R}||}\right);$$

- Reemplazando en θ_x

$$\theta_x = cos^{-1}\left(\frac{8{,}5}{13}\right) ;$$

$$\theta_x \approx 49° \text{ con respecto a “}x\text{”}$$

- Reemplazando en θ_y

$$\theta_y = cos^{-1}\left(\frac{7}{13}\right) ;$$

$$\theta_y \approx 57° \text{ con respecto a “}y\text{”}$$

- Reemplazando en θ_z

$$\theta_z = cos^{-1}\left(\frac{6}{13}\right);$$

$$\theta_z \approx 63° \text{ con respecto a “}z\text{”}$$